Fundamentos físicos de la informática

Bibliografía:

- Electronics and Communication for Scientists and Engineers, Martin Plonus.
- Diapositivas de D. Miguel Ángel Zamora Izquierdo, Universidad de Murcia.

Capítulo 1

Circuitos de corriente continua

1.1. Magnitudes y conceptos básicos

- La **carga eléctrica** (Q) se mide en **culombios** (C) y será siempre múltiplo de $|e| = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C, pues los electrones, protones y neutrones tienen una carga respectiva de $-|e|$, $|e|$ y 0.

- La **fuerza** es $F = ma$, y se mide en **newtons** (N). La **ley de Coulomb** afirma que entre dos cargas eléctricas Q_1 y Q_2, que medimos en culombios (C), existe una fuerza

$$F = k\frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

  donde r es la distancia entre ambas y $k = 8{,}9875 \cdot 10^9\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2/\mathrm{C}^2$ es la **constante de Coulomb**, que también podemos expresar en función de la **permitividad en el vacío** (ε_0) como $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$. Esta fuerza es repulsiva si las cargas son del mismo signo y atractiva en otro caso.

- La intensidad del **campo eléctrico** en un punto es $E = \frac{F}{Q}$, siendo F la fuerza a la que estaría sometida la carga Q en dicho punto. El campo eléctrico puede representarse mediante **líneas de campo**, que parten de las cargas positivas (o del infinito) y van a las cargas negativas (o al infinito). La dirección y el sentido son en cada punto los de E, y la densidad de líneas es proporcional al módulo.

- El **trabajo** es $W = \int_a^b F\,dl$, donde l es el recorrido y a y b los puntos de partida y de llegada (se tiene $dW = F \cdot dl$). Se mide en **julios** (J).

- El **voltaje** o **diferencia de potencial** es $V = \int E\,dl$ (se tiene $dV = E \cdot dl = \frac{dW}{Q}$), y se mide en **voltios** (V). Así, $E = \frac{dV}{dl}$.

- La **intensidad de corriente** es $I = \frac{dQ}{dt}$, y se mide en amperios (A). Benjamin Franklin creía que las cargas que fluían en los circuitos eléctricos eran positivas, por lo que el sentido de la corriente es en el que fluirían las cargas positivas sujetas al campo eléctrico dado. Hoy sabemos que la corriente en un cable conductor se debe al movimiento de electrones, de modo que el sentido de la corriente es opuesto al del movimiento de electrones.

- La **potencia** es $P = \frac{dW}{dt}$ y se mide en vatios (W). Se tiene que $P = \frac{dW}{dt} = \frac{dW}{dQ}\frac{dQ}{dt} = VI$.
- Cuando un electrón fluye a través de un material, colisiona con los átomos, decelerando, y debe pues ser acelerado de nuevo por el campo eléctrico. La **resistividad** (ρ) es una propiedad de los materiales relacionada con el tiempo medio entre colisiones, y es muy baja en materiales conductores y muy alta en aislantes.
- La **resistencia** (R) es una propiedad de los elementos de un circuito, y viene dada por la **ley de Ohm**, que afirma que $V = RI$. Se mide en ohmios (Ω), y para un cable de sección A y longitud ℓ, viene dada por $R = \rho\frac{\ell}{A}$, siendo ρ la **resistividad**. Un material conductor tiene muy baja resistividad, mientras que uno aislante tiene resistividad muy alta.
- La **conductancia** es $G = R^{-1}$, y se mide en siemens (S).

Las colisiones de electrones con los átomos del metal transfieren energía a estos haciendo que la temperatura del metal aumente. El ratio de conversión es $P = VI = I^2R$, lo que se conoce como **ley de Joule**.

Un circuito está formado por una serie de elementos **activos** (fuentes, transistores) y **pasivos** (resistencias, condensadores, inductores), interconectados por cables de resistencia despreciable. En los elementos pasivos, el potencial eléctrico en el terminal por donde «sale» la corriente es menor que por el que entra (lo llamamos pues terminal negativo, y al otro terminal positivo).

La **ley de Kirchhoff para el voltaje** afirma que la suma de voltajes alrededor de cualquier bucle es cero ($\sum V_n = 0$), es decir, las **caídas de potencial** deben sumar lo mismo que las subidas de potencial. La **ley de Kirchhoff para la intensidad** afirma que la suma de las intensidades de corriente entrando a cualquier nodo (punto de conexión entre al menos dos elementos del circuito) es cero ($\sum I_n = 0$), es decir, la misma cantidad de cargas que entran debe salir.

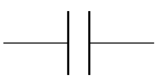
1.2. Elementos del circuito

1.2.1. Resistencias

Se caracterizan por tener una resistencia determinada.

1.2.2. Condensadores

Acumulan una carga q al aplicárseles un voltaje v, y la mantienen si se desconecta de la fuente de voltaje. La carga acumulada viene dada por $q = Cv$, donde C es la **capacidad** o **capacitancia** del condensador, que se mide en **faradios** (F). En general usamos letras mayúsculas para constantes y las correspondientes minúsculas para valores que pueden variar con el tiempo.



En general están formados por dos placas conductoras paralelas separadas por un pequeño hueco de material aislante en el que existe un campo eléctrico uniforme. Entonces $C = \frac{\varepsilon A}{\ell}$, siendo A el área, ℓ la separación entre las placas y ε la **permitividad** del medio entre ambas placas, con $\varepsilon \geq \varepsilon_0$.

Ahora bien, si se reduce demasiado el espacio entre las placas, la fuerza de atracción entre ambas es muy alta y se produce la **ruptura del dieléctrico**, convirtiendo el material aislante en conductor y arruinando el condensador.

Derivando a ambos lados de $q = Cv$, nos queda

$$i = C\frac{dv}{dt}$$

La potencia instantánea en el condensador C es pues $p = vi = Cv\frac{dv}{dt}$, de modo que la energía almacenada es

$$w = \int p\,dt = \int Cv\frac{dv}{dt}\,dt = \int Cv\,dv = \frac{1}{2}Cv^2$$

1.2.3. Inductores

Almacenan energía en su campo magnético. En general un inductor es una bobina, y tiene una cierta **inductancia** o **autoinducción**, medida en **henrios** (H) y definida como $L = \frac{\Phi}{i}$, siendo Φ el flujo magnético.

La **ley de Faraday** afirma que $v = \frac{d\Phi}{dt}$, por lo que

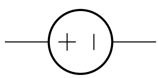
$$v = \frac{d\Phi}{dt} = L\frac{di}{dt}$$

La potencia instantánea es $p = vi = Li\frac{di}{dt}$, de modo que la energía almacenada es

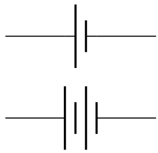
$$w = \int p\,dt = \int Li\frac{di}{dt}\,dt = \int Li\,di = \frac{1}{2}Li^2$$

1.2.4. Fuentes de voltaje

Proporcionan un voltaje que puede variar con el tiempo (como ondas sinusoidales o cuadradas) o ser constante.



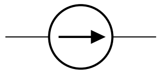
Una **pila** o **batería** es una fuente de voltaje basada en reacciones químicas que proporciona un voltaje idealmente constante $\mathcal{E}$, al que también llamamos **fuerza electromotriz** (emf). Una pila ideal es una **fuente independiente**, es decir, el voltaje suministrado no depende de otros elementos del circuito.



En la práctica, las pilas tienen una cierta **resistencia interna**, que aumenta conforme la pila se descarga. Así, si la resistencia interna es R_i y la pila se conecta a una carga con resistencia R_L, entonces $\mathcal{E} = iR_i + iR_L$, luego $i = \frac{\mathcal{E}}{R_i+R_L}$ y por tanto $v_L = iR_L = \mathcal{E}\frac{R_L}{R_i+R_L}$.

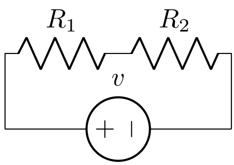
1.2.5. Fuentes de intensidad

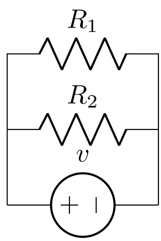
Proporcionan una intensidad de corriente constante, si bien en la práctica tienen cierta resistencia interna, que se representa conectada en paralelo. Una fuente de intensidad ideal tiene resistencia interna infinita.



1.3. Circuitos en serie y en paralelo

Vemos a continuación dos circuitos de resistencias, el primero en serie y el segundo en paralelo.



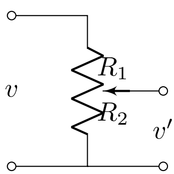


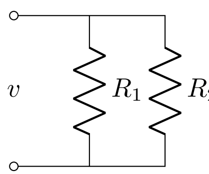
En el circuito en serie, $v = v_1 + v_2 = iR_1 + iR_2 = i(R_1 + R_2)$, de modo que la resistencia equivalente a la combinación de ambas es $R_{eq} = R_1 + R_2$. De forma general, dadas n resistencias en serie, $R_{eq} = \sum_{i=1}^n R_i$.

En el circuito en paralelo, $i = i_1 + i_2 = v\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$, de modo que la resistencia equivalente es tal que $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$. De forma general, dadas n resistencias en paralelo, $\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$. En particular definimos $R_1 \parallel R_2 := \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}} = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$.

Para condensadores ocurre lo contrario: n condensadores en serie equivalen a un condensador con $\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$, y n condensadores en paralelo equivalen a uno con $C_{eq} = \sum_{i=1}^n C_i$.

Vemos a continuación un divisor de voltaje o **potenciómetro** y un divisor de corriente:





En el divisor de voltaje, la corriente es $i = \frac{v}{R_1+R_2}$, luego $v' = iR_2 = v\frac{R_2}{R_1+R_2}$. En el divisor de corriente, $i = \frac{v}{R_1 \| R_2} = v\frac{R_1+R_2}{R_1 R_2}$, de modo que $i_1 = \frac{v}{R_1} = i\frac{R_2}{R_1+R_2}$ e $i_2 = \frac{v}{R_2} = i\frac{R_1}{R_1+R_2}$.

1.4. Simplificación

Si dos fuentes, o circuitos en general, producen el mismo voltaje e intensidad en una cierta carga R_L, se dice que son **equivalentes**. Una fuente de intensidad I con resistencia interna R equivale a una fuente de voltaje $V = IR$ con resistencia interna R.

1.4.1. Superposición

Cuando un circuito tiene varias fuentes, el voltaje o la intensidad en cualquier punto del circuito puede obtenerse sumando, para cada una de las fuentes, el voltaje o intensidad que habría en un circuito igual pero con sólo dicha fuente. Para obtener dicho circuito «apagamos» o «matamos» el resto de fuentes, cortocircuitando las fuentes de voltaje («convirtiéndolas» en parte del cable) y abriendo el circuito en las fuentes de intensidad («eliminando» la fuente sin reconectar el circuito).

1.4.2. Teorema de Thevenin

Si tomamos un circuito con dos terminales (por ejemplo, un circuito cerrado en el que desconectamos una resistencia R_L), podemos sustituirlo por una fuente ideal de voltaje V_{th} y una resistencia R_{th} en serie. V_{th} es la diferencia de voltaje entre ambos terminales, y la intensidad se obtiene mediante cortocircuito, uniendo ambos terminales. Cuando calcular la intensidad no es práctico, podemos obtener R_{th} directamente matando todas las fuentes del circuito y calculando la resistencia resultante.

1.4.3. Teorema de Norton

Si tomamos un circuito con dos terminales, también podemos representarlo como una fuente de corriente I_n conectada en paralelo a una resistencia R_n, con $R_n = R_{th}$ e $I_n = \frac{V_{th}}{R_n}$.

1.5. Ecuaciones de mallas y nudos

Son una forma de analizar circuitos complicados. Un **nudo** es la unión de tres o más cables, y una **rama** es cualquier conexión entre dos nudos. Los métodos de análisis por mallas y por nudos permiten obtener un sistema de ecuaciones con $b - n + 1$ incógnitas, siendo b el número de ramas y n el de nudos. Para el método por mallas:

1. Reemplazamos las fuentes de corriente por fuentes de voltaje.

2. Contamos el número de mallas (bucles «representados sin nada dentro»), que debe ser $b - n + 1$ y dibujamos una flecha, habitualmente en sentido horario, en cada malla, con una variable indicando la intensidad que circula por esta.

3. Aplicamos la ley de Kirchhoff del voltaje a cada malla. Ponemos todas las fuentes de voltaje a un lado de la ecuación y todas las caídas de voltaje en el otro, teniendo en cuenta que la intensidad que pasa por un elemento pasivo del circuito es la suma de la intensidad en cada malla en la que se encuentra, con signo positivo si la flecha de dicha malla indica el mismo sentido que el de la malla sobre la que estamos aplicando la ley de Kirchhoff, y negativo si va en sentido contrario.

4. Obtenemos un sistema de ecuaciones, una por malla, que podemos resolver, por ejemplo, por Cramer.

El método por nudos es similar, pero utiliza la ley de Kirchhoff de la corriente sobre cada nudo para obtener un sistema de ecuaciones donde las incógnitas son el voltaje en cada nudo.

Capítulo 2

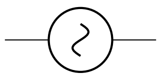
Circuitos de corriente alterna

La **corriente alterna** es aquella que cambia de sentido periódicamente, en contraste con la **corriente continua**, en la que la intensidad y el voltaje son constantes. La forma de oscilación más típica es la **oscilación senoidal**, dada por

$$v_s = V_p \cos(\omega t + \theta)$$

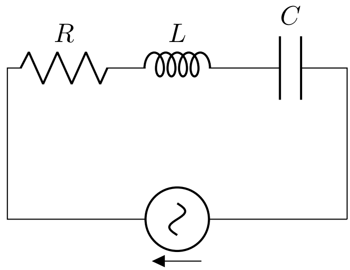
donde V_p es la **amplitud**, ω es la **velocidad angular** en rad/s y θ es la **fase**. Llamamos **voltaje pico-pico** o **pico-valle** a la máxima diferencia de voltaje en el tiempo, que para una oscilación senoidal es $V_{pp} = 2V_p$. La **frecuencia** es $f := \frac{\omega}{2\pi}$ y se mide en hercios ($\mathrm{Hz} = \mathrm{s}^{-1}$), y el **periodo** es $T := \frac{1}{f}$.

Un circuito con una fuente de voltaje senoidal tendrá en cualquier punto un voltaje con oscilación senoidal de igual velocidad angular, si bien la amplitud y la fase pueden variar. Dos oscilaciones senoidales que van una delante o detrás de la otra se dice que están **desfasadas**, mientras que si la diferencia de fase es 0, están **en fase**. Otras oscilaciones típicas son las ondas cuadradas y las triangulares. Una fuente de corriente alterna se representa con



2.1. Análisis fasorial

Se trata de una forma práctica de analizar circuitos donde la fuente de voltaje es alterna senoidal. Un circuito de resistencias (R), inductores (L) y condensadores (C) se suele denominar circuito RLC. Tomemos el siguiente ejemplo sencillo:



$v = V_p \cos(\omega t)$

Aplicando mallas,

$$v(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C}\int i(t)\,dt$$

Estamos ante una ecuación diferencial lineal con coeficientes constantes. Las soluciones naturales para este tipo de ecuaciones son exponenciales, pues la derivada de una exponencial es la misma exponencial. La identidad de Euler o de De Moivre nos dice que $e^{jx} = \cos x \pm j \sin x$, donde $j := \sqrt{-1}$. Tenemos que $V_p \cos(\omega t) = \mathrm{Re} V_p e^{j\omega t}$, y como la ecuación es lineal, podemos representar la fuente con $V_p e^{j\omega t}$, omitiendo el operador Re de «parte real».

La intensidad es $i(t) = \mathrm{Re} I_p e^{j\omega t + \theta} = \mathrm{Re} I_p e^{\theta} e^{j\omega t} := \mathrm{Re} I e^{j\omega t}$, por tanto basta encontrar el **fasor** I para resolver el problema. Sustituyendo $v(t)$ por $V_p e^{j\omega t}$ e $i(t)$ por $I e^{j\omega t}$ y despejando, obtenemos

$$V_p e^{j\omega t} = RIe^{j\omega t} + L\frac{d}{dt}\left(Ie^{j\omega t}\right) + \frac{1}{C}\int Ie^{j\omega t}\,dt \implies$$

$$\implies V_p = RI + j\omega LI + \frac{I}{j\omega C} = \left(R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right) I =: ZI$$

donde Z es la **impedancia**, una cantidad compleja $Z = R + jX$ medida en ohmios, en la que R es la resistencia y X es la **reactancia**. Todos los resultados obtenidos en el anterior capítulo para circuitos de corriente continua sirven igualmente para corriente alterna sinoidal sin más que reemplazar la resistencia por la impedancia. Nos quedamos con que

$$Z_R = R, \quad Z_L = j\omega L, \quad Z_C = -\frac{1}{\omega C} j$$

El inverso de la impedancia es la **admitancia**, $Y = G + jB := \frac{1}{Z}$, medida en siemens, donde G es la conductancia y S es la **susceptancia**. Ahora solo queda despejar I y obtener $i(t) = \mathrm{Re} I e^{j\omega t}$. Sea $I = I_p e^{j\theta}$, entonces

$$i(t) = \mathrm{Re} I_p e^{j\theta} e^{j\omega t} = I_p \cos(\omega t + \theta)$$

2.2. Potencia en circuitos de corriente alterna

Si un voltaje senoidal $v(t) = V_p \cos(\omega t)$ resulta en una corriente $i(t) = I_p \cos(\omega t + \theta)$, la potencia instantánea es $p(t) = v(t)i(t) = V_p I_p \cos(\omega t)\cos(\omega t + \theta) = \frac{V_p I_p}{2}(\cos\theta + \cos(2\omega t + \theta))$. La potencia media P la podemos obtener como

$$P = \frac{1}{T}\int p\,dt$$

u observando que el primer término de la suma en p es constante respecto al tiempo mientras que el segundo es un sinusoide cuya media es cero, luego

$$P = \frac{V_p I_p}{2}\cos\theta$$

Si el circuito es sólo resistivo, la diferencia de fase entre v e i es 0 y $P = \frac{V_p I_p}{2} = \frac{1}{2}RI_p^2$, mientras que si el circuito es sólo capacitivo o inductivo entonces θ es respectivamente 90° y -90° y $P = 0$. En términos de fasores,

$$\begin{aligned} p(t) &= \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left(V\overline{I} + VIe^{2j\omega t}\right) \\ P &= \frac{1}{2}\mathrm{Re}V\overline{I} \end{aligned}$$

donde $V = V_p$, $I = I_p e^{j\theta}$ e $\overline{I}$ es el conjugado de I. Despejando $V = IZ$,

$$P = \frac{1}{2}\mathrm{Re}|I|^2 Z = \frac{1}{2}|I|^2 R = \frac{1}{2}|I_p|^2 R$$

O bien, despejando $I = \frac{V}{Z}$,

$$P = \frac{1}{2}\mathrm{Re}V\overline{\frac{V}{Z}} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\frac{|V|^2}{\overline{Z}} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\frac{|V|^2 Z}{|Z|^2} = \frac{1}{2}\frac{|V|^2 R}{R^2 + X^2}$$

2.2.1. Valores efectivos o RMS

Vemos que definiendo $I_{eff} = \frac{I_p}{\sqrt{2}}$, obtenemos $P = I_{eff}^2 R$, similar a la fórmula de la potencia en corriente continua. Así, podemos definir I_{eff} tal que $P = I_{eff}^2 R$ para corrientes de forma arbitraria. Dado que $P = \frac{1}{T}\int_0^T i^2 R\, dt = \frac{R}{T}\int_0^T i^2\, dt$, se tiene que

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2\, dt}$$

lo que en inglés se conoce como *root mean square*, por lo que escribimos $I_{rms} := I_{eff}$. Así pues,

$$P = \frac{V_{rms}^2}{R} = I_{rms}^2 R$$

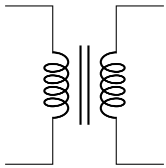
2.2.2. Factor de potencia

Dado que $P = VI\cos\theta$, siendo $V = V_{rms}$ e $I = I_{rms}$, podemos definir el factor de potencia como

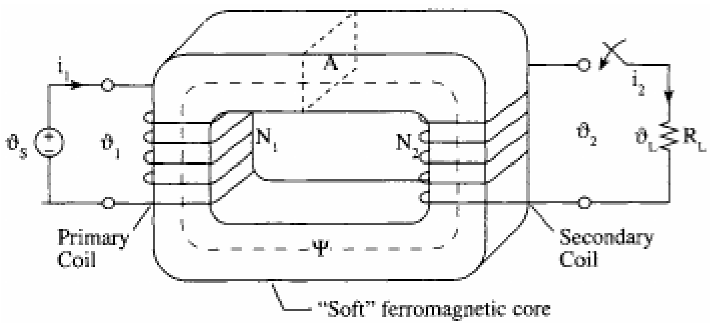
$$\mathrm{pf} = \frac{P}{VI} = \cos\theta$$

Este valor será 1 para cargas puramente resistivas y 0 para cargas puramente reactivas.

2.3. Transformadores



Son dispositivos de una frecuencia (normalmente 60 Hz) con eficiencia cercana al 100 % ($W_{out} \cong W_{in}$) formados por un núcleo de material ferromagnético, normalmente hierro blando (se magnetiza y desmagnetiza fácilmente), en el que se enrollan dos bobinas, como se muestra en la figura.



Si conectamos la bobina primaria a una fuente de voltaje $v_s = V_p \cos(\omega t)$ y dejamos la segunda sin conectar, se producirá una pequeña corriente en la primaria que inducirá un flujo magnético en el núcleo de hierro produciendo a su vez un voltaje inducido en la misma bobina, lo que se conoce como **autoinducción**. Este voltaje viene dado por la ley de Faraday como $v_1 = -N_1 \frac{d\psi}{dt}$, siendo N el número de vueltas de la bobina y ψ el flujo magnético inducido. También se producirá una diferencia de potencial en la bobina secundaria, dada por $v_2 = -N_2 \frac{d\psi}{dt}$. Despejando, $\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$.

Si ahora conectamos la bobina secundaria a una carga R_L, se produce **inducción mutua**: la corriente producida por la diferencia de voltaje en el circuito secundario induce un flujo magnético en el núcleo de hierro, induciendo a su vez un voltaje en el circuito primario, y viceversa. Entonces, en un transformador ideal, $V_1 I_1 = W_1 = W_2 = V_2 I_2$, y en un transformador real esta es una buena aproximación. Así,

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

Por tanto

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{\frac{V_1}{I_1}}{\frac{V_2}{I_2}} = \frac{V_1 I_2}{V_2 I_1} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$$

luego si $N_1 > N_2$, una impedancia pequeña Z_2 aparece en el circuito primario como una impedancia más grande Z_1.

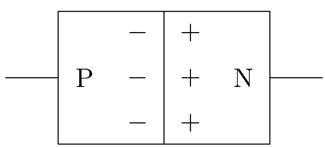
Capítulo 3

Diodos

Un **semiconductor** es un material que conduce o no la electricidad dependiendo de su estado. Para fabricar dispositivos electrónicos con semiconductores podemos usar silicio, germanio o arseniuro de galio. Tipos:

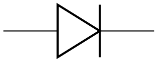
- **Intrínseco** o **puro**: Cada par de átomos forma un enlace covalente con los 4 átomos cercanos (disposición tetraédrica). La concentración de huecos (n_p) (zonas sin electrón con carga $+|e|$) es igual a la de electrones libres (n_i), y ambos contribuyen al flujo de corriente. A 0 K no hay electrones libres, pero a 300 K los electrones libres permiten flujo de corriente si se aplica una diferencia de potencial, y así a mayor temperatura más rápido se generan electrones libres y huecos. La **recombinación** consiste en que el hueco y el electrón libre se combinan en un enlace covalente.
- **Extrínseco** o **impurificado**.
  - Tipo **N**: Con impurezas donantes de electrones. Los portadores **mayoritarios** son los electrones y los **minoritarios** los huecos. $n_i = n_p + N_D$, donde N_D es la concentración de átomos donantes.
  - Tipo **P**: Con impurezas que aceptan electrones (aportan huecos). Los portadores mayoritarios son los huecos y los minoritarios los electrones. $n_p = n_i + N_A$, donde N_A es la concentración de átomos aceptadores.

Una **unión pn** es un cristal semiconductor con impurezas con las que se obtiene una zona P y una N, de modo que, por el elevado gradiente, en la unión se forma una **zona de deplexión** o **de carga espacial** en la que los átomos están cargados negativamente al lado de la zona P y positivamente al lado de la zona N. El efecto de esta zona es una barrera de potencial que impide la circulación de electrones.



3.1. El diodo

Un **diodo** es un dispositivo semiconductor con dos terminales, **ánodo** y **cátodo**, y que, mediante una unión pn, ofrece una baja resistencia cuando los electrones van del ánodo (N) al cátodo (P) (polarización **directa**) y una alta resistencia en la otra polarización (**inversa**).

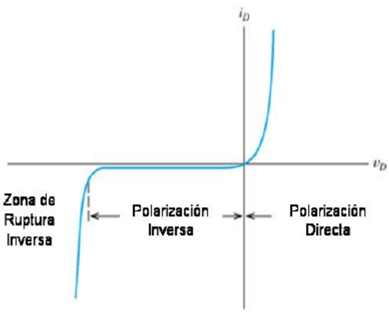


Cuando el diodo se conecta en polarización directa, la zona de carga espacial se estrecha y permite el flujo de portadores mayoritarios. Los electrones pasan de la zona n a la p, donde pasan a ser minoritarios y se combinan con los huecos existentes, y la corriente total corresponde a la suma de la corriente debida a los electrones y la debida a los huecos.

Si se conecta en polarización inversa, la tensión aumenta la zona de carga espacial y la corriente está formada por portadores minoritarios, que como son pocos dan lugar a una corriente pequeña, independiente de la tensión aplicada. Sin embargo, como la concentración de minoritarios depende de la temperatura, conforme esta aumenta también aumenta el valor de la corriente inversa. Si la tensión inversa es suficientemente alta el campo eléctrico puede romper los enlaces covalentes, produciendo gran cantidad de pares hueco-electrón y por tanto un gran flujo de corriente inversa, a partir de lo que llamamos la **zona de ruptura**.

3.2. Modelos

La gráfica V-I de un diodo típico es la siguiente:



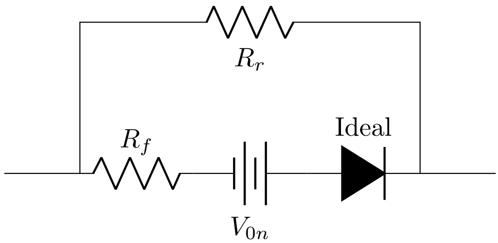
Llamamos V_r a la **tensión de ruptura** (negativa), a partir de la cual está la **zona de ruptura** o **de avalancha**, y llamamos V_f a la **tensión umbral**, donde está la asíntota vertical en la zona de polarización directa de la gráfica.

La **ecuación de Shockley** del diodo es $i_D = I_S(e^{\frac{v_D}{nV_T}} - 1)$, donde I_S es la **corriente de saturación inversa**, n es el **coeficiente de emisión**, entre 1 y 2, y $V_T = \frac{kT}{q}$ es la **tensión térmica**, donde k es una constante, T es la temperatura y q no sé lo que es.

El **diodo ideal** es aquel que en polarización directa actúa como un cortocircuito ($R = 0$) y en polarización inversa actúa como un circuito abierto ($R = +\infty$). Para análisis con diodos ideales, primero suponemos cuáles están en corte y en conducción, y si i_D es positiva en los diodos en conducción y V_D negativa en aquellos en corte, la suposición es correcta, y de lo contrario hay que cambiarla.

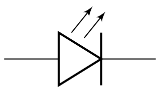
Otro modelo similar al del diodo ideal es modelo con caída de potencial, que se diferencia del diodo ideal en que en polarización directa se produce una caída de potencial fija, normalmente alrededor de 0,7 V.

El **modelo completo** del diodo es como sigue:

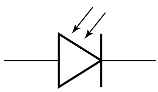


3.3. Tipos

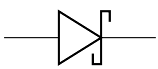
- **LED** (*Light-Emitting Diode*): Al ser atravesado por una corriente emite una cantidad de luz proporcional a la cantidad de corriente que circula, cuya longitud de onda depende del material.



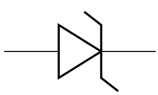
- **Fotodiodos**: Si se polarizan en inversa y reciben luz, la intensidad de corriente es proporcional a la cantidad de luz incidente.



- Diodos **Schottky**: Conmutación rápida, usada en aplicaciones de alta frecuencia.



- Diodos **Zener**: Capaces de trabajar en la zona de ruptura inversa.



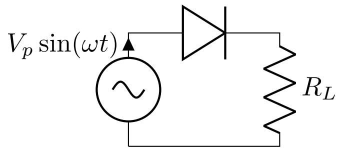
3.4. Circuitos rectificadores

Un **circuito rectificador** o **convertidor AC-DC**[1] es aquel que convierte corriente alterna en corriente continua. Está formado por un transformador, que reduce el voltaje de la corriente

[1] Viva el *rock 'n' roll*.

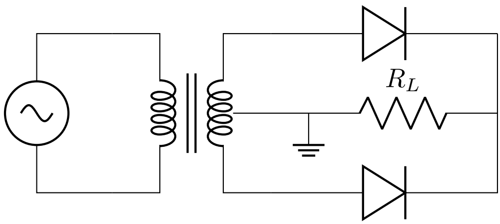
alterna, un trafo, que hace que el sentido de la corriente resultante sea siempre el mismo, y un condensador, paralelo a la carga, que «suaviza» la salida del trafo para obtener una corriente prácticamente continua. Tipos de rectificador según el trafo (se muestra la imagen del trafo):

- **De media onda**.



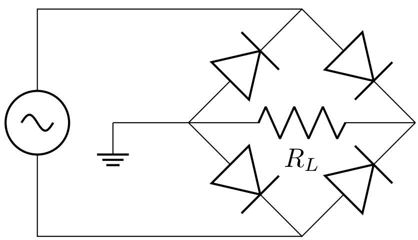
  El valor medio de la tensión es $V_{out(DC)} = \frac{V_p}{\pi}$, la tensión eficaz resultante es $V_{out(rms)} = \frac{1}{2}V_m$, y $\omega_{out} = \omega_{in}$.

- **De onda completa con trafo de toma intermedia**.



  El valor medio de la tensión es $V_{out(DC)} = \frac{2V_p}{\pi}$, la tensión eficaz resultante es $V_{out(rms)} = \frac{1}{\sqrt{2}}V_m$, y $\omega_{out} = 2\omega_{in}$.

- **De onda completa con puente de diodos**.

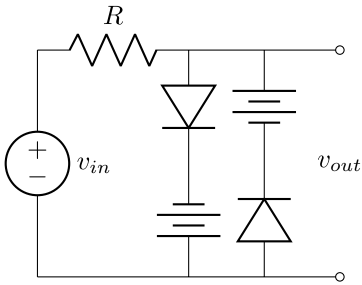


  Similar al de onda completa con trafo de toma intermedia, pero la corriente soportada por cada diodo es aproximadamente la mitad y el transformador usado es más barato, por lo que se reduce el precio del sistema.

El diodo sólo conduce cuando la tensión de entrada sea superior a la mantenida por el condensador. Obtenemos una componente continua y sobre ella una componente alterna, cuyo rizado máximo es $Q = V_rC = It \implies V_r = \frac{I}{f_{out}C}$, y en valor eficaz, $V_{r(ef.)} = \frac{I}{2\sqrt{2}Cf_{out}}$.

3.5. Circuitos recortadores

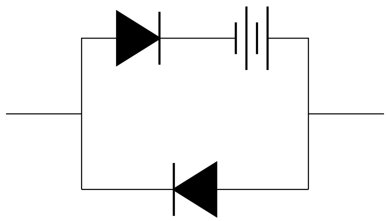
Recortan una porción de la señal de entrada cuando la tensión es mayor o menor que un límite, que depende de la diferencia de potencial producida por cada batería más diodo.



Para analizar circuitos recortadores, comprobamos qué condición se tiene que cumplir para que el primero conduzca, el segundo conduzca y no conduzca ninguno. Para ello vemos que, si no hay nada conectado, $v_{in} = v_{out}$. A continuación, para cada caso, obtenemos v_{out} en el circuito.

3.6. Diodos Zener

Estos trabajan entre $I_{mín}$, la intensidad correspondiente a V_r, e $I_{máx}$, la intensidad correspondiente a la **ruptura Zener**, $V_z < V_r$. Por seguridad nos mantenemos entre $0{,}9 \cdot I_{mín} + 0{,}1 \cdot I_{máx}$ y $0{,}1 \cdot I_{mín} + 0{,}9 \cdot I_{máx}$. Podemos modelarlo como sigue:



Estos diodos se usan para mantener una tensión prácticamente constante en un punto, y funcionan consumiendo la energía sobrante.

Capítulo 4

Transistores

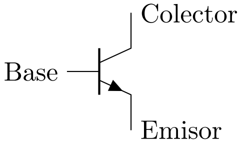
Un **transistor** (*transfer resistor*) es un dispositivo semiconductor con tres terminales en el que una pequeña corriente (en los **BJT**, transistores de unión bipolar) o tensión (en los **FET**, transistores de efecto de campo) modula la corriente entre los otros dos terminales. Se usan como **amplificadores** o como **conmutadores**.

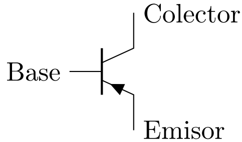
4.1. El transistor BJT

Consta de tres terminales (**emisor**, **base** y **colector**) y equivale a dos diodos unidos en sentido opuesto, donde la unión base-emisor se polariza en directa y la base-colector en inversa. El emisor emite portadores de carga hacia la base, donde se gobiernan los portadores hacia el colector. Este recoge los portadores que no pueden acaparar la base, que son la mayoría. Dos tipos:

NPN. La base está conectada al cátodo de los diodos. El emisor emite electrones.

PNP. La base está conectada al ánodo de los diodos. El emisor emite huecos.





Un transistor BJT puede estar en 3 **zonas de trabajo**:

- **Activa**: $i_C = \beta i_B$, donde i_C e i_B son las intensidades de corriente respectivas en colector y base y β depende del transistor concreto y la temperatura. Se da cuando la unión emisor-base está en polarización directa y la colector-base en inversa. La **recta de carga estática** indica todos los puntos de funcionamiento (V-I) que pueden darse por la ecuación de malla de colector. El **punto de trabajo** o **reposo**, sobre esta, es (V_{CE}, I_C).

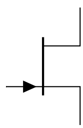
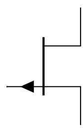
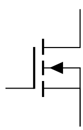
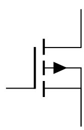
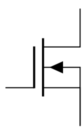
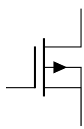
- **Corte**: $i_E = i_C = i_B = 0$. Se da cuando tanto la unión emisor-base como la colector-base están en polarización inversa.
- **Saturación**: $V_{CE} = V_{CE_{SAT}} \approx 0{,}2\,\mathrm{V}$. Se da cuando tanto la unión emisor-base como la colector-base están en polarización directa.

Un BJT disipa una potencia de $P_{BE} + P_{CE} = V_{BE}I_B + V_{CE}I_C$, que se puede simplificar a $V_{CE}I_C$ por ser V_{BE} mucho menor que V_{CE}. Esta potencia causa un aumento de la temperatura de la unión, y debe ser menor que $P_{máx}$ dada por el fabricante.

Para resolver un problema de polarización con BJT, obtenemos las ecuaciones de las mallas de colector y base y consideramos que el transistor está en zona activa para poder añadir $I_C = \beta I_B$. Resuelta la ecuación y hallado el punto de trabajo, si $I_C \leq 0$ el transistor estará en corte, si $V_{CE} \leq V_{CE_{SAT}} \approx 0{,}2\,\mathrm{V}$ estará en saturación, y en ambos casos debemos sustituir la hipótesis de zona activa por la ecuación de corte ($I_C = 0$) o saturación ($V_{CE} = V_{CE_{SAT}}$) y recalcular el punto de trabajo. De lo contrario el transistor está en zona activa y los resultados son correctos.

4.2. El transistor FET

En este la corriente colector-emisor es controlada por una tensión, lo que resulta en un apagado y encendido más fácil que por corriente, y son más fáciles de fabricar. Tipos:

		Canal N	Canal P
De unión (**JFET**)			
De metal-óxido (**MOSFET**)	De **acumulación** o **enriquecimiento**	 **NMOS**	 **PMOS**
	De **deplexión** o **empobrecimiento**		

Un JFET consiste en un canal de semiconductor tipo N o P (dependiendo del tipo de JFET) con contactos óhmicos (no rectificadores) en cada extremo, llamados **fuente** o **surtidor** (S) y

drenador (D). A los lados de este hay regiones de material semiconductor del tipo contrario al del canal, que forman el terminal **puerta** (G).

En la unión pn, al polarizar en inversa V_{GS}, una capa del canal adyacente a la puerta, la zona de carga espacial, se convierte en no conductora. Zonas de trabajo:

- **Óhmica**: Para valores de V_{DS} pequeños, I_D es proporcional a V_{DS}.
- **Saturación**: A mayores valores de V_{DS}, I_D aumenta cada vez más lentamente, llegando a un punto en que I_D es casi constante para incrementos de V_{DS}. En esta zona, $I_D = I_{DSS}\left(1 - \frac{V_{GS}}{V_{GS_{off}}}\right)^2$, siendo I_{DSS} la intensidad de saturación.
- **Corte**: Si $V_{GS} < V_{GS_{off}}$, donde $V_{GS_{off}}$ es la tensión umbral de corte.

Un MOSFET consta de cuatro terminales: **Drenador** (D); **fuente** (S); **sustrato** (B), debajo del drenador y la fuente, y **puerta** (G), de aluminio o silicio policristalino, separada de drenador y fuente por una fina capa aislante de dióxido de silicio. D y S están hechos de semiconductor del tipo del canal, mientras que B está compuesto por semiconductor de tipo contrario.

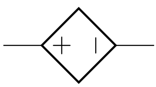
En los MOSFET de acumulación, $I_D = \frac{K}{2}(V_{GS} - V_T)^2$. En un transistor NMOS, al aplicar en G una tensión positiva respecto a S, los electrones se ven atraídos a la región situada bajo G, induciéndose un canal de material de tipo n entre S y D. Si se aplica entonces una tensión entre ambos, fluirá una corriente de electrones de S a D.

En los MOSFET de deplexión, ya existe un pequeño canal de semiconductor entre S y D, y la puerta puede «anular» dicho canal. Se aplican las ecuaciones del JFET.

4.3. Amplificadores

Un transistor BJT se dice que trabaja en **amplificación** si se mantiene en zona activa, y que trabaja en **conmutación** si alterna entre las zonas corte y saturación. De igual modo, un transistor FET trabaja en amplificación si se mantiene en zona de saturación, y en conmutación si alterna entre las zonas corte y óhmica.

Un **amplificador** es un **cuadripolo**, es decir, un dispositivo con dos terminales de entrada y dos de salida, en el que la salida tiene una potencia proporcional a la entrada. La salida se representa como



Llamamos **impedancia de entrada** a $Z_{in} = \frac{\boldsymbol{V}_{in}}{\boldsymbol{I}_{in}}$, e **impedancia de salida** a $Z_{out} = \frac{\boldsymbol{V}_{out}}{\boldsymbol{I}_{out}}$. La **ganancia de tensión en circuito abierto** es $A_{V_0} = \frac{V_{out}}{V_{in}}$ cuando $I_{out} = 0$, y la **ganancia de potencia** es $G = \frac{P_s}{P_e} = \frac{V_s I_s}{V_e I_e} = A_V A_I$. La potencia que necesitan los circuitos internos la proporciona una fuente de alimentación, y el **rendimiento** o **eficiencia** es $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}}$.

La ganancia se suele expresar en **decibelios** (dB), siendo $G_{\text{dB}} = 10 \log G = 10 \log \frac{P_s}{P_e}$. Llamamos **amplificador** como tal a aquel con $G_{\text{dB}} > 0$, y **atenuador** a aquel con $G_{\text{dB}} < 0$. En amplificadores en cascada (uno detrás de otro), $G = G_1 \cdots G_n$, siendo $G_1, \dots, G_n$ las ganancias de los amplificadores implicados y G la ganancia resultante. La ganancia en tensión en decibelios es $A_{V_{\text{dB}}} = 20 \log |A_V|$.

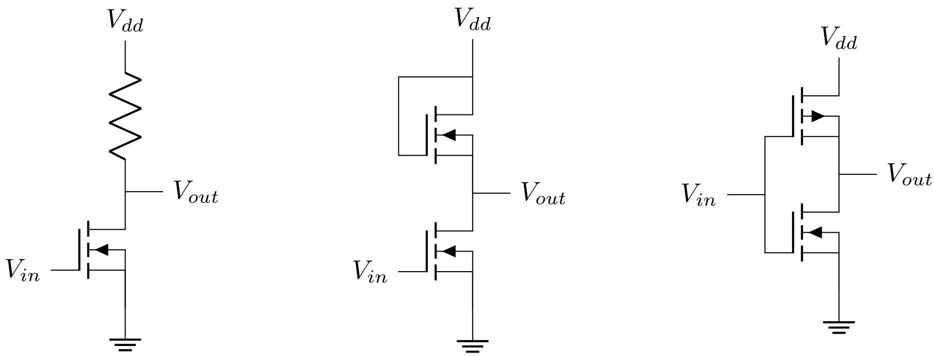
4.4. Transistores en conmutación

En BJT, un circuito de conmutación es aquel en que el paso de bloqueo a saturación se considera inmediato (el transistor no permanece en zona activa). En corte, $I_B = 0$, I_C es igual a la corriente de fugas, $V_{CE} = V_{cc}$ si se desprecia la caída de tensión producida por la corriente de fugas, y el transistor se comporta como un interruptor abierto. En saturación, $V_{CE} \approx 0{,}2\,\mathrm{V}$, $I_C \cong \frac{V_{cc}}{\sum R}$, siendo $\sum R$ la suma de resistencias en la malla colector-emisor, y el transistor se comporta como un interruptor cerrado. El **tiempo de conmutación** limita la frecuencia máxima de trabajo.

En FET, se trabaja entre zona de corte y óhmica. La **razón conexión-desconexión** es aquella entre la señal de salida a nivel alto (1) y la de salida a nivel bajo (0), y cuanto mayor sea más fácil es distinguir entre ambos estados.

El NMOS es ideal para su uso en computadoras. Tres tipos de inversor:

- Inversor con **carga pasiva**: Si $V_{in} < V_T$, estará en corte y $V_{out} = V_{dd}$, y si $V_{in} > V_T$ estará en conducción, y V_{out} cae a un valor muy pequeño.
- Inversor con **carga activa**: El MOS inferior actúa como conmutador y el superior sustituye a la resistencia. Mejor integración en el chip, pues no necesita una resistencia.
- Inversor **CMOS**: MOS complementarios. Cuando uno conduce el otro está en corte. Tiene un consumo extremadamente bajo.

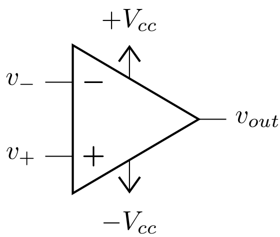


Con carga pasiva   Con carga activa   CMOS

Capítulo 5

Amplificadores operacionales

Un **amplificador operacional** es un tipo de amplificador diferencial usado junto con componentes pasivos para sumar, restar, integrar, derivar, etc. Tiene dos terminales de entrada, una no inversora y otra inversora; un terminal de salida, y dos terminales para alimentación $+V_{cc}$ y $-V_{cc}$. La tensión en cada uno debe ser constante y de signo opuesto al otro, pero no tienen por qué ser tensiones opuestas. Si lo son decimos que la alimentación es **simétrica**, y de lo contrario es **asimétrica**.



Dos zonas de funcionamiento:

- **Lineal**: $-V_{cc} < V_{out} < +V_{cc}$.
- **Saturación**: $V_{out} = +V_{cc}$ ó $V_{out} = -V_{cc}$.

Su función es $v_{out} = A_V(v_+ - v_-)$, donde v_+ es la entrada no inversora y v_- la inversora. Llamamos **tensión de entrada diferencial** a $v_{in} \coloneqq v_+ - v_-$, de modo que $v_{out} = A_V \cdot v_{in}$; **ganancia diferencial** a $A_d \coloneqq A_V$, y **tensión de entrada de modo común** a $v_{icm} \coloneqq \frac{v_+ + v_-}{2}$. La variación de la tensión de salida en el tiempo está limitada por el ***slew-rate***, $SR \coloneqq \text{máx}\left\{\frac{dv_{out}}{dt}\right\}$.

Los AO contienen circuitos de entrada acoplados en continua, y la corriente entra y sale de los terminales de entrada del AO. En el caso real, las corrientes de polarización (?) no son iguales, lo que crea una **corriente de desviación** $I_{off} \coloneqq I_{B+} - I_{B-}$. También puede haber una tensión de salida distinta de cero para una tensión de entrada nula (***offset voltage***).

La **realimentación** es la conexión de una señal de salida con alguna de las entradas.

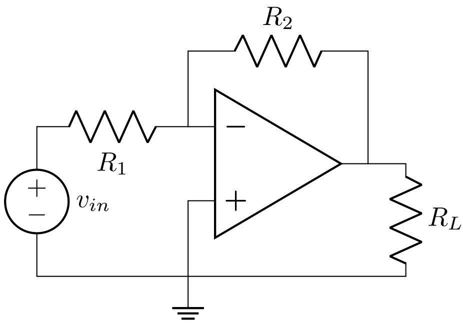
- **Realimentación positiva**: Cuando se hace a la entrada no inversora. Resulta en circuitos inestables que rápidamente se saturan.

- **Realimentación negativa**: Cuando se hace a la entrada inversora. La ganancia se reduce respecto al valor en lazo abierto y el circuito es más estable.

Un AO (amplificador operacional) ideal tiene $Z_{in} = +\infty$, $A_{V_0} = +\infty$, $G = 0$, $Z_{out} = 0$, ancho de banda $W_D = +\infty$ y ausencia de desviación de características con la temperatura. Con esto se facilitan los cálculos, pues como $Z_{in} = +\infty$, las corrientes de entrada se pueden considerar nulas, y si existe realimentación negativa podemos considerar que, siempre que no se llegue a la zona de saturación, las dos entradas se encuentran al mismo potencial, situación a la que llamamos **cortocircuito virtual**. Esto se debe a que la ganancia es tan elevada que una pequeña tensión diferencial entre las entradas saturaría la salida, y al realimentar negativamente, si las tensiones se desequilibran, la realimentación negativa compensa esta diferencia.

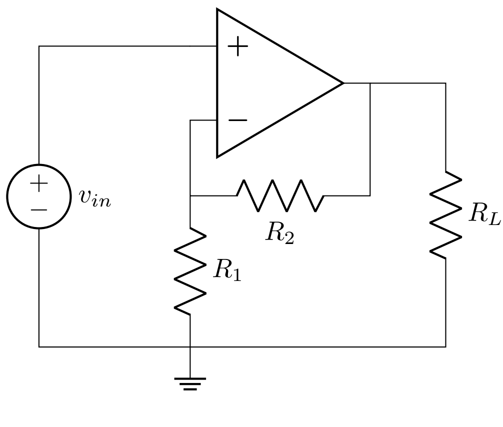
5.1. Circuitos con AO

5.1.1. Amplificador inversor



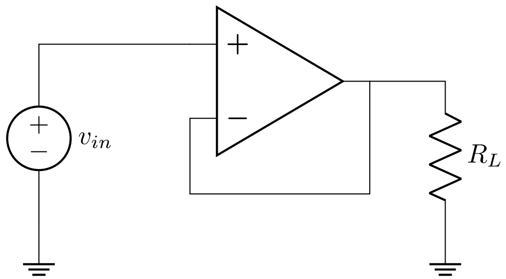
Tenemos en cuenta que $V_+ = V_- = 0$ y las leyes de Kirchhoff. Como $I_- = 0$, toda la corriente pasa por R_2, luego $i_1 = i_2$, es decir, $\frac{v_{in}-v_-}{R_1} = \frac{v_- - v_{out}}{R_2}$ con $v_- = 0$, y por tanto $v_{out} = -v_{in}\frac{R_2}{R_1}$ y $A_V = -\frac{R_2}{R_1}$.

5.1.2. Amplificador no inversor



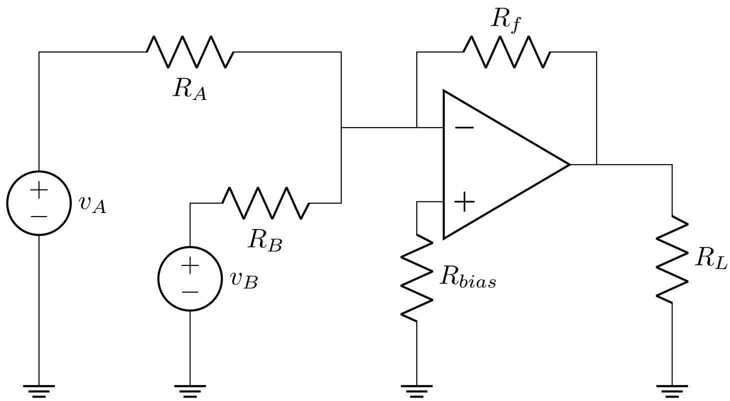
Tenemos que $v_- = v_+ = v_{in}$, y que $i_- = i_+ = 0$ y por tanto $i_1 = i_2$. Pero $i_1 = \frac{v_-}{R_1} = \frac{v_{in}}{R_1}$, luego $v_{out} = i_1(R_1 + R_2) = v_{in}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$ y $A_V = \frac{V_{out}}{V_{in}} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$.

5.1.3. Seguidor de tensión



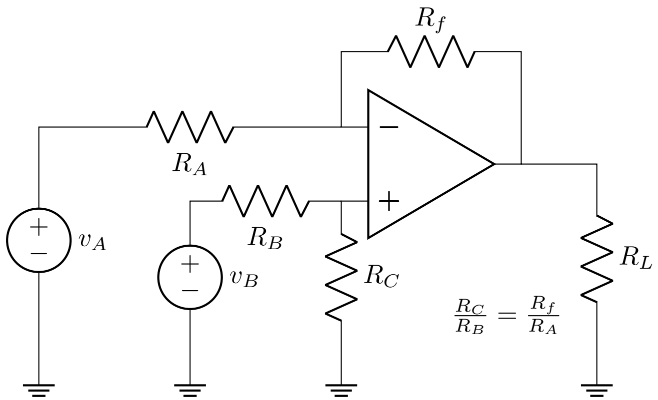
Tenemos $v_{out} = v_{in}$ (por tanto $A_V = 1$). Esto se usa principalmente como etapa de adaptación de la entrada al sistema, proporcionando una elevada resistencia de entrada.

5.1.4. Sumador inversor



Aquí, como $i_- = i_+ = 0$, se tiene $v_+ = R_{bias} i_+ = 0$, y como hay realimentación negativa, $v_- = v_+ = 0$. Ahora bien, $\frac{v_A - v_-}{R_A} + \frac{v_B - v_-}{R_B} = \frac{v_- - v_{out}}{R_f}$, y como $v_- = 0$, nos queda que $v_{out} = -R_f\left(\frac{v_A}{R_A} + \frac{v_B}{R_B}\right)$.

5.1.5. Amplificador diferencial



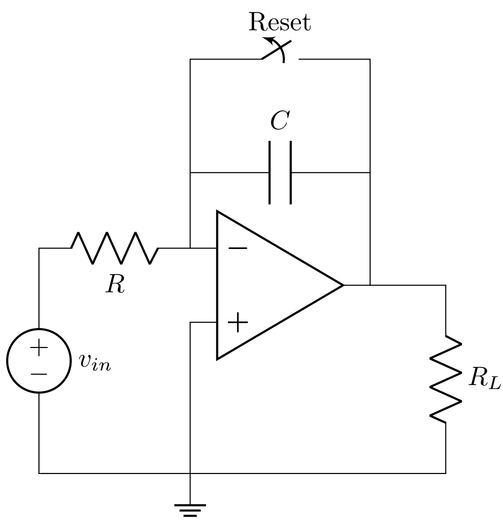
Como $i_+ = 0$, toda la corriente que sale de R_B va a R_C y $v_B = i_B(R_B + R_C)$, y se tiene $v_- = v_+ = i_B R_C = v_B \frac{R_C}{R_B+R_C}$. Ahora bien, como $i_- = 0$, nos queda $v_- = v_A - i_A R_A = i_A R_f + v_{out}$, con lo que $i_A = \frac{v_A - v_{out}}{R_A + R_f}$. Sustituyendo e igualando,

$$v_B \frac{R_C}{R_B + R_C} = \frac{v_A - v_{out}}{R_A + R_f} R_f + v_{out} = v_A \frac{R_C}{R_B + R_C} + v_{out} \frac{R_B}{R_B + R_C} \implies$$

$$\implies v_B R_C - v_A R_C = v_{out} R_B \implies v_{out} = \frac{R_C}{R_B}(v_B - v_A) = \frac{R_f}{R_A}(v_B - v_A)$$

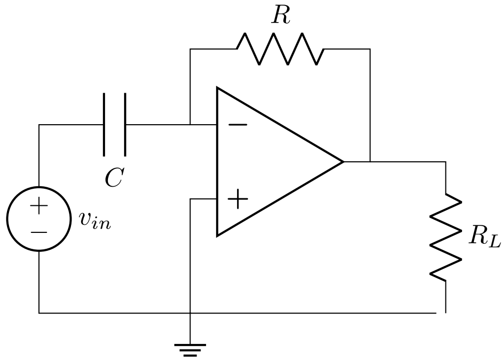
Para minimizar los efectos de la corriente de polarización (?) se deben seleccionar $R_A = R_B$ y $R_C = R_f$.

5.1.6. Integrador



La tensión de salida es $v_{out} = -\frac{1}{RC} \int_0^t v_{in}$.

5.1.7. Derivador



La tensión de salida es $v_{out} = -RC\frac{dv_{in}}{dt}$.

5.2. Conversión digital a analógica (DAC)

Consiste en reconstruir una señal analógica a partir de una serie de muestras en código binario. La señal reconstruida no es la misma que la original, pues está retrasada en el tiempo respecto a esta y los códigos no contienen información sobre el valor de la señal entre dos muestras ni representan las amplitudes exactas de estas. La diferencia entre el valor de muestreo y la amplitud reconstruida se denomina **error** o **ruido de cuantificación**.

Una posible implementación de DAC es aquella basada en una red de resistencias ponderadas y un amplificador operacional.